



lernen auf den ● gebracht

MATHEMATIK

Aufgabensammlung mit vollständigen Lösungen

GRUNDLAGEN

Musteraufgaben in Mathematik

Wir weisen darauf hin, dass das Kopieren zum Schulgebrauch verboten ist - § 42 Absatz(6) der Urheberrechtsgesetznovelle 2003:

„Die Befugnis zur Vervielfältigung zum eigenen Schulgebrauch gilt nicht für Werke, die ihrer Beschaffenheit und Bezeichnung nach zum Schul- oder Unterrichtsgebrauch bestimmt sind.“

© 2011-2015, neo Lernhilfen OG, Steindorf 38, 8141 Zwaring/Pöls, AUSTRIA

Alle Rechte vorbehalten.

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere das der Übersetzung, des Nachdrucks, der Entnahme von Abbildungen, der Funksendung, der Wiedergabe auf fotomechanischem oder ähnlichem Wege und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Wir sind bemüht bei allen Materialquellen die Rechteinhaber ausfindig zu machen und zu kontaktieren. Sollten Sie der Meinung sein, dass Urheberrechte verletzt worden sind, dann ersuchen wir Sie sich mit uns in Verbindung zu setzen.

E-Mail: office@neo-lernhilfen.at

Version: 2015-03-10 20:59



GRUNDLAGEN

Musteraufgaben in Mathematik

Schuljahr 2015/15

2015-03-10

Verantwortlich für den Inhalt:
Dipl.-Ing. Edgar Neuherz, Graz 2015

Musterexemplar

Inhaltsverzeichnis

1 Aufgaben	1
1.1 Grundlagen	2
1.1.1 Zahlenmengen	2
1.2 Rechnen mit Termen	2
1.2.1 Multiplikation von Binomen	2
1.3 Vierecke	2
1.3.1 Trapez	2
1.4 Analytische Geometrie des Raumes	3
1.4.1 Rechnen mit Vektoren im Raum	3
2 Lösungen	5
2.1 Grundlagen	6
2.1.1 Zahlenmengen	6
2.2 Rechnen mit Termen	6
2.2.1 Multiplikation von Binomen	6
2.3 Vierecke	7
2.3.1 Trapez	7
2.4 Analytische Geometrie des Raumes	9
2.4.1 Rechnen mit Vektoren im Raum	9

Musterexemplar

1

Aufgaben

Musterexemplar

1.1 Grundlagen

1.1.1 Zahlenmengen

1
2015-03-10

Gegeben sind folgende Mengen:

- IN** ... Menge der natürlichen Zahlen
- Z** ... Menge der ganzen Zahlen
- Q** ... Menge der rationalen Zahlen
- IR** ... Menge der reellen Zahlen
- II** ... Menge der irrationalen Zahlen
- IP** ... Menge der Primzahlen
- C** ... Menge der Komplexen Zahlen

- 1 Ordne jede Zahl allen zugehörigen Zahlenmengen zu:
- 2 Ordne jede Zahl allen zugehörigen Zahlenmengen zu:

Zahl	IP	IN	Z	Q	II	IR	C
$\sqrt{-50}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{93}{37}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
60,1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{17}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
17	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{4}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

Zahl	IP	IN	Z	Q	II	IR	C
30,11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\frac{58}{19}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{49}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
13	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{-46}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
$\sqrt{11}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
-85	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

1.2 Rechnen mit Termen

1.2.1 Multiplikation von Binomen

2
2015-03-10

Folgende Binome sind zu multiplizieren (**Hinweis:** Achte auf das Vorzeichen):

- 3 $(x - 4) \cdot (x + 9)$
- 4 $(-9x - 4) \cdot (9x - 5)$

1.3 Vierecke

1.3.1 Trapez

3
2015-03-10

Gegeben ist ein Trapez mit nachfolgenden Daten. Die Werte für a , b , c , d , e , f , h , A und U sind zu vervollständigen und zu berechnen!

- 5 $a = 81,0 \text{ mm}$, $b = 49,8 \text{ mm}$,
 $c = 31,0 \text{ mm}$, $d = 57,7 \text{ mm}$.
- 6 $a = 74,0 \text{ mm}$, $b = 41,3 \text{ mm}$,
 $d = 57,7 \text{ mm}$, $f = 51,5 \text{ mm}$.

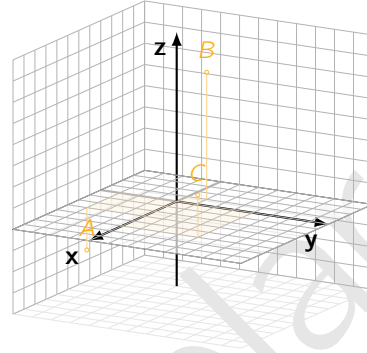
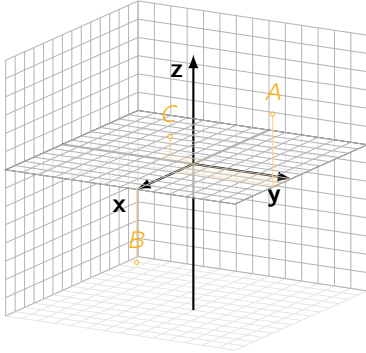
1.4 Analytische Geometrie des Raumes

1.4.1 Rechnen mit Vektoren im Raum

Bestimmen Sie die Vektoren von A nach B und von B nach C .

7 $A = \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix}$,
 $C = \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$

8 $A = \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix}$,
 $C = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$



Musterexemplar

Musterexemplar

2

Lösungen

Musterexemplar

2.1 Grundlagen

2.1.1 Zahlenmengen

1
2015-03-10

Gegeben sind folgende Mengen:

IN ... Menge der natürlichen Zahlen
Z ... Menge der ganzen Zahlen
Q ... Menge der rationalen Zahlen
IR ... Menge der reellen Zahlen

II ... Menge der irrationalen Zahlen
IP ... Menge der Primzahlen
C ... Menge der Komplexen Zahlen

1 Ordne jede Zahl allen zugehörigen Zahlenmengen zu:

2 Ordne jede Zahl allen zugehörigen Zahlenmengen zu:

Zahl	IP	IN	Z	Q	II	IR	C
$\sqrt{-50}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{93}{37}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
60,1	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{17}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
-2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
17	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{4}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

Zahl	IP	IN	Z	Q	II	IR	C
30,11	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\frac{58}{19}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{49}$	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
13	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{-46}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
$\sqrt{11}$	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
-85	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
18	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

2.2 Rechnen mit Termen

2.2.1 Multiplikation von Binomen

2
2015-03-10

Folgende Binome sind zu multiplizieren (**Hinweis:** Achte auf das Vorzeichen):

3 $(x - 4) \cdot (x + 9)$

Produkt zweier Binome:

$$\begin{aligned}
 (x + (-4)) \cdot (x + 9) &= \overbrace{x \cdot x}^{(1)} + \overbrace{9 \cdot x}^{(2)} + \overbrace{(-4) \cdot x}^{(3)} + \overbrace{(-4) \cdot 9}^{(4)} = \\
 &= x^2 + 9 \cdot x - 4 \cdot x - 36 = \\
 &= x^2 + 9x - 4x - 36 = \underline{x^2 + 5x - 36}
 \end{aligned}$$

4 $(-9x - 4) \cdot (9x - 5)$

Produkt zweier Binome:

$$\begin{aligned}
 (-9x + (-4)) \cdot (9x + (-5)) &= \overbrace{(-9)x \cdot 9x}^{(1)} + \overbrace{(-9) \cdot (-5) \cdot x}^{(2)} + \overbrace{(-4) \cdot 9 \cdot x}^{(3)} + \overbrace{(-4) \cdot (-5)}^{(4)} = \\
 &= -81x^2 + 45 \cdot x - 36 \cdot x + 20 = \\
 &= -81x^2 + 45x - 36x + 20 = \underline{-81x^2 + 9x + 20}
 \end{aligned}$$

2.3 Vierecke

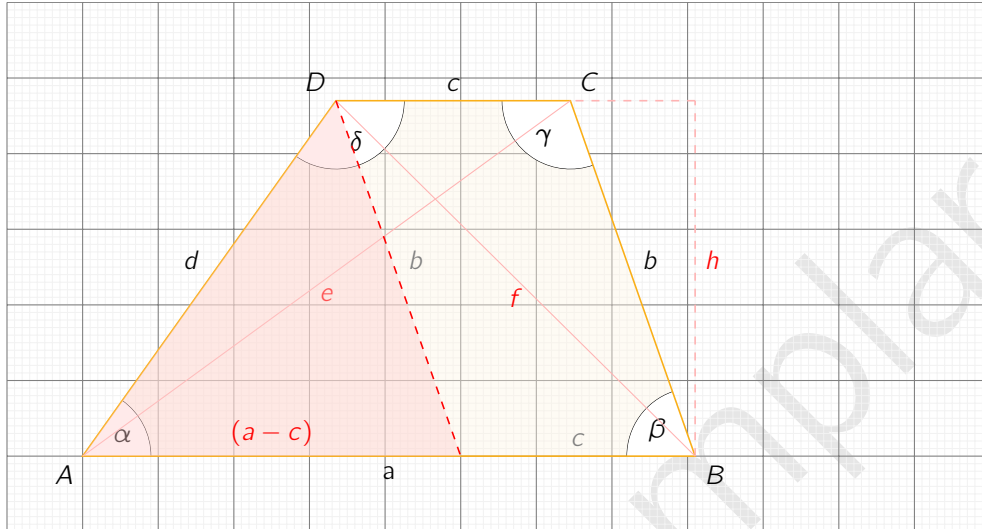
2.3.1 Trapez

Gegeben ist ein Trapez mit nachfolgenden Daten. Die Werte für a , b , c , d , e , f , h , A und U sind zu vervollständigen und zu berechnen!

3

2015-03-10

- 5 $a = 81,0 \text{ mm}$, $b = 49,8 \text{ mm}$,
 $c = 31,0 \text{ mm}$, $d = 57,7 \text{ mm}$.



h aus Heronsche Flächenformel

$$z = a - c = 81,0 - 31,0 = 50,0 \text{ mm}$$

$$U_{\Delta} = b + d + z \Rightarrow s = \frac{U_{\Delta}}{2} = \frac{b + d + z}{2} = \frac{49,8 + 57,7 + 50,0}{2} = 78,8 \text{ mm}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{s \cdot (s - b) \cdot (s - d) \cdot (s - z)} = \sqrt{78,8 \cdot (78,8 - 49,8) \cdot (78,8 - 57,7) \cdot (78,8 - 50,0)} = 1175,0 \text{ mm}^2$$

$$A_{\Delta} = \frac{z \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot A_{\Delta}}{z} = \frac{2 \cdot 1175,0}{50,0} = 47,0 \text{ mm}$$

Diagonalen e, f

$$d^2 = h^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{57,7^2 - 47,0^2} = 33,5 \text{ mm}$$

$$e^2 = h^2 + (c + x)^2 \Rightarrow e = \sqrt{h^2 + (c + x)^2} = \sqrt{47,0^2 + (31,0 + 33,5)^2} = 79,8 \text{ mm}$$

$$c = a - x - y \Rightarrow y = a - c - x = 81,0 - 31,0 - 33,5 = 16,5 \text{ mm}$$

$$f^2 = h^2 + (c + y)^2 \Rightarrow f = \sqrt{h^2 + (c + y)^2} = \sqrt{47,0^2 + (31,0 + 16,5)^2} = 66,8 \text{ mm}$$

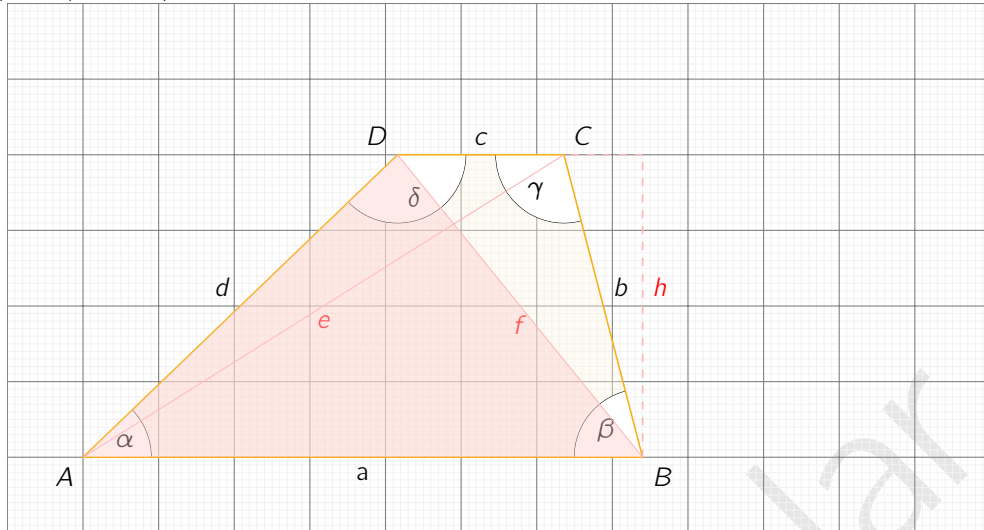
Flächenformel

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h = \frac{81,0 + 31,0}{2} \cdot 47,0 = 2632,0 \text{ mm}^2$$

Umfang

$$U = a + b + c + d = 81,0 + 49,8 + 31,0 + 57,7 = 220,0 \text{ mm}$$

- 6 $a = 74,0 \text{ mm}$, $b = 41,3 \text{ mm}$,
 $d = 57,7 \text{ mm}$, $f = 51,5 \text{ mm}$.



h aus Heronsche Flächenformel

$$U_{\Delta} = a + d + f \Rightarrow s = \frac{U_{\Delta}}{2} = \frac{a + d + f}{2} = \frac{74,0 + 57,7 + 51,5}{2} = \underline{91,6 \text{ mm}}$$

$$A_{\Delta} = \sqrt{s \cdot (s - a) \cdot (s - d) \cdot (s - f)} = \sqrt{91,6 \cdot (91,6 - 74,0) \cdot (91,6 - 57,7) \cdot (91,6 - 51,5)} = \underline{1480,0 \text{ mm}^2}$$

$$A_{\Delta} = \frac{a \cdot h}{2} \Rightarrow h = \frac{2 \cdot A_{\Delta}}{a} = \frac{2 \cdot 1480,0}{74,0} = \underline{40,0 \text{ mm}}$$

Hilfsvariablen x, y und Seite c

$$d^2 = h^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{d^2 - h^2} = \sqrt{57,7^2 - 40,0^2} = \underline{41,6 \text{ mm}}$$

$$b^2 = h^2 + y^2 \Rightarrow y = \sqrt{b^2 - h^2} = \sqrt{41,3^2 - 40,0^2} = \underline{10,4 \text{ mm}}$$

$$c = a - x - y = 74,0 - 41,6 - 10,4 = \underline{22,0 \text{ mm}}$$

Diagonale e

$$e^2 = h^2 + (c + x)^2 \Rightarrow e = \sqrt{h^2 + (c + x)^2} = \sqrt{40,0^2 + (22,0 + 41,6)^2} = \underline{75,1 \text{ mm}}$$

Flächenformel

$$A = \frac{a + c}{2} \cdot h = \frac{74,0 + 22,0}{2} \cdot 40,0 = \underline{1920,0 \text{ mm}^2}$$

Umfang

$$U = a + b + c + d = 74,0 + 41,3 + 22,0 + 57,7 = \underline{195,0 \text{ mm}}$$

2.4 Analytische Geometrie des Raumes

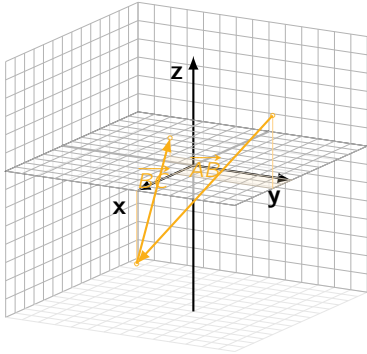
2.4.1 Rechnen mit Vektoren im Raum

Bestimmen Sie die Vektoren von A nach B und von B nach C .

4

2015-03-10

7 $A = (2 \mid 6 \mid 4)$, $B = (6 \mid 0 \mid -4)$,
 $C = (-1 \mid -2 \mid 1)$



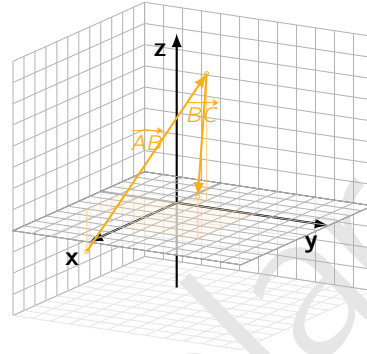
Der Vektor \vec{AB} berechnet sich genau wie in der Ebene (Spitze B minus Schaft A):

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= B - A \\ &= \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ -6 \\ -8 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Der Vektor \vec{BC} berechnet sich genau wie in der Ebene (Spitze C minus Schaft B):

$$\begin{aligned}\vec{BC} &= C - B \\ &= \begin{pmatrix} -1 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -7 \\ -2 \\ 5 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

8 $A = (3 \mid -3 \mid -2)$, $B = (-1 \mid 1 \mid 6)$,
 $C = (5 \mid 4 \mid 2)$



Der Vektor \vec{AB} berechnet sich genau wie in der Ebene (Spitze B minus Schaft A):

$$\begin{aligned}\vec{AB} &= B - A \\ &= \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 3 \\ -3 \\ -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 8 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Der Vektor \vec{BC} berechnet sich genau wie in der Ebene (Spitze C minus Schaft B):

$$\begin{aligned}\vec{BC} &= C - B \\ &= \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ 6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -4 \end{pmatrix}\end{aligned}$$

Musterexemplar